

# 基于藤 Copula 分组模型的股票市场风险优化研究

陈振龙, 郝晓珍

(浙江工商大学 统计与数学学院, 浙江 杭州 310018)

**摘要:** 文章在充分考虑金融上市公司所属行业类型不同的基础上, 扩展了二元 Copula 分组模型, 构建了基于藤 Copula 分组的均值-ES 模型, 通过实证方法研究相依结构对中国股票市场优化风险的影响。结果表明: 与藤 Copula 模型相比, 藤 Copula 分组模型在样本内对应的有效前沿表现更好, 改善了样本外股票市场最优组合策略的表现, 并且返回检验结果也验证了该模型优化风险的准确性和有效性。

**关键词:** 藤 Copula 分组模型; 均值-ES 模型; 风险优化; 有效前沿; 返回检验

**中图分类号:** F222.3    **文献标志码:** A    **文章编号:** 1000-2154(2018)08-0089-09

**DOI:** 10.14134/j.cnki.cn33-1336/f.2018.08.009

## Optimizing the Risk of Stock Market Based on Vine Copula Grouped Model

CHEN Zhen-long, HAO Xiao-zhen

(School of Statistics and Mathematics, Zhejiang Gongshang University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** This paper extends the binary Copula grouped model on the basis of a full consideration of the different industries of the publicly listed companies, constructs the mean-ES model based on the Vine Copula grouped model and empirically studies the influence of the dependent structure on the optimization risk in China's stock market. The results show that the Vine Copula grouped model performs better in the efficient frontier compared with the Vine Copula model, and improves the out-of-sample performance of the optimal portfolio strategy. The back-testing results also verify the accuracy and effectiveness of the model in optimizing the risk.

**Key words:** Vine Copula grouped model; mean-ES model; risk optimization; efficient frontier; back-testing

## 一、引言

美国次贷危机、欧洲债务危机等金融危机的爆发对全球股票市场造成了巨大的冲击, 同时改变了各股票市场之间的相依关系, 从而导致国际股票市场间的波动溢出大幅增加。习近平总书记在党的十九大报告中更是强调了防范金融风险的关键性, 指出“健全金融监管体系, 守住不发生系统性金融风险底线”。因此, 如何以科学有效的方法来刻画股票市场间复杂的相依结构并优化其风险, 进而检验最小风险度量的准确性, 对风险管理和投资决策具有重要的理论意义和现实意义。

Markowitz(1952)<sup>[1]</sup>率先提出了风险与收益相结合的最优投资组合方法, 并建立了均值-方差模型, 奠定了现代投资组合理论发展的基础。该模型使用的前提是假设投资组合收益率服从多元正态分布, 并且将方差作为投资组合的风险度量指标。首先, 大量实证研究表明, 股票收益率具有尖峰厚尾和波动聚集以及相依关系复杂等特点, 因此采用 Pearson 线性相关系数无法刻画股票收益率间的非线性关系。Sklar

**收稿日期:** 2018-04-04

**基金项目:** 教育部人文社会科学研究规划基金项目(18YJA910001); 全国统计科学研究项目(2017LY51); 浙江省统计重点研究课题(18TJZZ08)

**作者简介:** 陈振龙, 男, 教授, 博士生导师, 主要从事随机过程与风险管理研究; 郝晓珍, 女, 博士研究生, 主要从事金融风险风险管理研究。

(1959)<sup>[2]</sup>提出的 Copula 函数是一种方便求解联合分布的方法,可用于研究股票市场风险之间的复杂相依关系。由于用来描述多元变量相依关系的 Copula 函数较少, Bedford 和 Cooke(2001)<sup>[3]246</sup>提出了一种称为藤的图形并结合 Copula 函数(藤 Copula)来求解具有不同边际分布和不同相依结构的多变量联合分布。其次,由于方差没有方向性,即实际收益大于或小于预期收益均会表现为较大的方差,而将大于预期收益率的部分视为风险显然是不合理的。Baumol(1963)<sup>[4]</sup>首先提出风险价值 VaR,即在一定持有期内投资组合在给定置信水平下可能发生的最大损失值。然而,当股票收益率是非正态分布时, VaR 不满足 Artzner 等(1999)<sup>[5]</sup>提出的一致性风险度量中的次可加性和凸性,即它不是一致性风险度量。为克服 VaR 的缺点, Uryasev 和 Rockafellar(2002)<sup>[6]1448</sup>提出了一种替代 VaR 的风险度量指标:期望损失(Expected Shortfall,简称 ES),它是具有次可加性和凸性的一致性风险度量,并通过一个特殊的函数将 VaR 和 ES 联系起来,从而将风险最优化问题转化为连续可微凸函数的最小化问题。

目前, Copula 函数已被广泛应用于不同股票市场风险优化的研究中, Boubaker 和 Sghaier(2013)<sup>[7]370</sup>采用 Copula 方法研究长记忆性对股票收益率的相依结构以及对投资组合风险优化的影响,研究结果表明,长记忆性会掩盖收益率之间真实的相依结构,而基于 Copula 方法的最小 ES 能够充分估计投资组合的风险。Deng 等(2011)<sup>[8]175-176</sup>、冯玲和欧华宇(2012)<sup>[9]</sup>将不同的 Copula 函数与均值-ES 模型相结合,研究了具有相关性风险的不同股票市场资产组合的最优策略。Hernandez(2014)<sup>[10]</sup>和 Bekiros 等(2015)<sup>[11]</sup>均采用藤 Copula 对投资组合在金融危机前、中、后三个时间段的相依结构进行建模,并且采用五种风险度量方法对能源投资组合的风险进行最优化研究。Karmakar(2017)<sup>[12]</sup>将 GARCH-EVT-Copula 方法用于研究印度外汇市场的相依结构并计算最优风险组合。潘志远和孙显超(2017)<sup>[13]</sup>通过正确设定 Copula 函数中的边缘分布,从风险优化视角验证其能够获得更好的投资绩效。虽然上述文献采用不同的 Copula 函数研究不同股票市场投资组合的相依关系并优化其风险,表明只有正确刻画投资组合的相依关系才能准确度量及优化股票市场风险,但并未考虑到将分行业股票资产视为整体而忽略行业间差异对相依结构研究造成的影响。为此 Zhou 等(2016)<sup>[14]110-111</sup>考虑到金融上市公司分行业的特点,提出了二元 Copula 分组模型,研究了分行业股票资产的相依关系并度量总体风险的 VaR。然而其仅限于分析两种类型的风险因子,并且每种风险因子中仅含有两种基础风险因子的情况。实际上,股票市场中包含来自各分行业的多个金融上市公司,所以采用上述二元 Copula 分组模型来描述股票市场风险的相依关系是不合适的。另外,上述文献对投资组合风险进行最优化时均未检验最小风险 VaR 或 ES 的预测准确性。Low 等(2013)<sup>[15]3094-3095</sup>和刘祥东等(2017)<sup>[16]</sup>采用不同 Copula 模型研究多个资产组合的风险优化问题,并对优化所得 VaR 的准确性进行返回检验。但在风险最优化研究中,应将 ES 作为风险度量指标,用于优化风险并检验其计算精度,从而进一步说明刻画相依结构模型的有效性。

鉴于此,本文在考虑金融上市公司所属行业有多种的情况下,构建基于藤 Copula 分组的均值-ES 模型来描述各上市公司股票间的相依结构并优化其风险,同时运用 bootstrap 方法检验 ES 预测股票市场风险的精度,以此来验证该模型的可行性和有效性,从而为高维风险的投资决策提供依据。

## 二、藤 Copula 分组模型的建立

### (一) 藤 Copula 的介绍

Sklar 定理<sup>[2]</sup>指出,任意一个  $n$  元随机向量  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  的联合分布  $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$  可以分解成  $n$  个边际分布函数  $F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n)$  和一个 Copula 函数  $C$ , 即:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n)) \quad (1)$$

同样多元变量的联合密度函数可以表示为单变量的边际密度函数和描述多变量间相依结构的 Copula 函数的乘积,即:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_{1,2,\dots,n}(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n)) \cdot f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \cdot \dots \cdot f_n(x_n) \quad (2)$$

其中  $c_{1,2,\dots,n}(\cdot, \dots, \cdot)$  为  $n$  元 Copula 密度函数。由此可以看出,基于 Copula 理论构造投资组合收益率的联合分布时需分两步进行:首先确定单个股票收益率的边际分布,然后选择一个合适的 Copula 函数来描述投资组合之间的相依结构。

本文采用 Bedford 和 Cooke(2001)<sup>[3]253-254</sup> 提出的藤 Copula 来描述多变量间复杂的相依结构。藤 Copula 分析相依结构的关键在于其能够掌握联合分布的相依关系同时保持边际的原始分布。此外,它克服了传统的相关性度量(如 Pearson 秩相关系数)的限制性特征,并且存在大量的二元 Copula 函数可以描述不同特征的联合分布。

常见的藤结构有两种:C 藤和 D 藤,其中 C 藤具有星形的结构特征,具体表现为 C 藤结构中的每一层树都拥有一个关键节点,它对其他节点具有很强的相依性或者很大的影响。D 藤结构则表现为一系列平行序列树,这意味着在每一层树中变量与变量之间的相依性差异不大,进而可以根据变量间的相依性大小将它们排成一条直线。与 C 藤和 D 藤不同的是,本文中采用描述多变量间相依关系的 R 藤结构,它不具有任何固定的结构特征,而是根据变量间真正的相依关系形成其相依结构,因此它能准确刻画各金融上市公司股票间的复杂相依结构。下面给出一个4个变量的 C 藤和 D 藤结构示例,见图1所示。

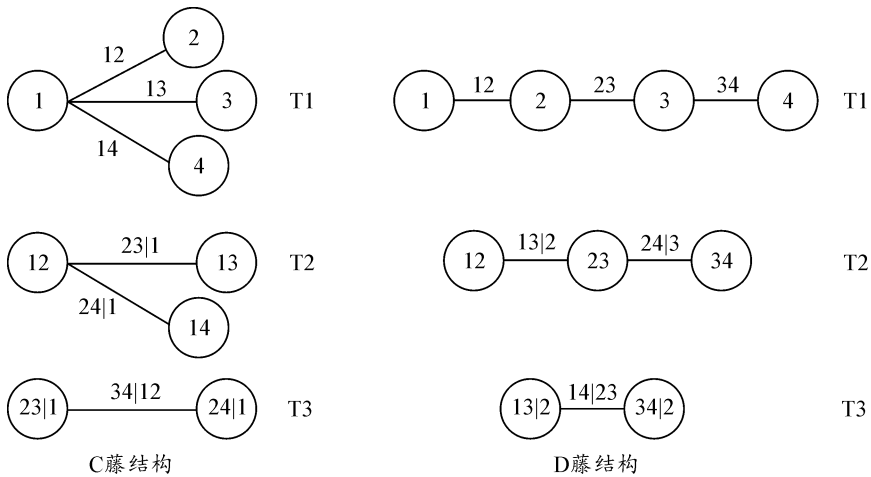


图 1 藤结构示意图

### (二) 藤 Copula 分组模型

首先,根据股票市场中的金融上市公司所属行业进行分组;然后,采用藤 Copula 来描述各组内金融上市公司股票收益率间的相依关系,并将各组内股票收益率加权求和,从而得到各分行业组间股票资产的收益率;最后仍采用藤 Copula 来描述各组间收益率的分布函数,再将上述各组间收益率作为新的风险变量,对其进行加权求和得到总体风险。为了很好地理解藤 Copula 分组模型,下面给出了描述该模型的结构图(见图2)。

图2中,用  $\{VC_{X_i}, i = 1, \dots, N\}$  表示各组内向量  $(X_{11}, \dots, X_{1n_1}), (X_{21}, \dots, X_{2n_2}), \dots, (X_{M1}, \dots, X_{Mn_M})$  之间的藤 Copula 结构,用  $VC_X$  表示组间向量  $(X_1, \dots, X_N)$  的藤 Copula 结构。由于每个组内金融上市公司股票  $(X_{i1}, \dots, X_{in_i})$  ( $i = 1, \dots, N$ ) 都属于金融同行业,而不同组内金融上市公司股票属于各金融分行业,因此金融分行业中的各组内上市公司股票之间的相依关系应该是不同的,并用  $\{VC_{X_i}, i = 1, \dots, N\}$  来分别表示各组内上市公司股票之间的相依关系。然后将各组内同行业上市公司股票视为整体得到金融分行业股票资产  $\{X_1, \dots, X_N\}$ ,且分行业股票资产之间的相依关系用  $VC_X$  来表示。实际上,用  $VC_X$  表示的金融分行业股票资产之间相依关系属于金融分行业组间股票

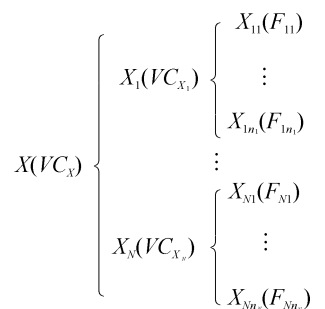


图2 Copula 分组模型结构图

资产的相依关系,而用 $\{VC_{X_i}, i=1, \dots, N\}$ 表示的金融同行业上市公司股票的相依关系属于金融同行业组内股票的相依关系。组间的相依关系通常与组内的相依关系是不一样的。由于金融上市公司所属行业类型超过两种,且各分行业包含多个不同的金融上市公司,因此采用藤 Copula 分组模型来灵活刻画复杂的相依关系。

### 三、股票市场风险最优化及返回检验

本文使用 VaR 和 ES 两个风险度量指标来分析股票市场风险。正如前文中所提到的,常用的风险价值 VaR 是指在特定时期内,给定置信水平的投资组合市场价值的最大可能损失,但它不是一致性风险度量。为此,本文选用满足一致性风险度量条件的 ES 来预测风险,ES 是指在一定的置信水平下投资组合损失超过 VaR 的平均值,较 VaR 更能准确地反映投资组合所面临的尾部风险。

#### (一) 均值-ES 模型

Rockafellar 和 Uryasev (2002)<sup>[6]1454</sup>提出了满足次可加性和凸性的一致性风险度量——ES,并且还通过一个特殊的函数  $F_\beta(\mathbf{w}, \alpha)$  将 VaR 和 ES 联系起来,其定义如下:

$$F_\beta(\mathbf{w}, \alpha) = \alpha + \frac{1}{1 - \beta} \int_{f(\mathbf{w}, \mathbf{r}) > \alpha} (f(\mathbf{w}, \mathbf{r}) - \alpha) p(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{w}$  表示权重向量,  $\mathbf{r}$  表示股票收益率向量,其概率密度函数为  $p(\mathbf{r})$ ,  $f(\mathbf{w}, \mathbf{r})$  表示损失函数,  $\alpha$  是  $\beta$  置信水平下的投资组合 VaR 值。Rockafellar 和 Uryasev (2002)<sup>[6]1459</sup>还证明最小化  $F_\beta(\mathbf{w}, \alpha)$  产生的  $(\mathbf{w}^*, \alpha^*)$  中,权重  $\mathbf{w}^*$  对应最小的 ES,  $\alpha^*$  则为相应的 VaR 值。

在实际应用中,由于收益率  $\mathbf{r}$  的分布通常是未知的,可以使用蒙特卡洛模拟法得到  $q$  种情况下的预测收益率  $\mathbf{r}_k (k = 1, 2, \dots, q)$ ,那么式(3)可以近似转化为下列形式:

$$F_\beta(\mathbf{w}, \alpha) = \alpha + \frac{1}{q(1 - \beta)} \sum_{k=1}^q [-\mathbf{w}^T \mathbf{r}_k - \alpha]^+ \quad (4)$$

#### (二) 基于藤 Copula 分组的均值-ES 模型

由于投资组合优化受到股票收益率间相依结构的影响,因此本文首先将股票市场中各上市公司根据其所属不同行业进行分组,再将藤 Copula 分组模型与均值-ES 模型结合得到各组内股票收益率和组间股票资产收益率的相依结构及最优权重组合,进而对股票市场风险进行优化研究。因此基于藤 Copula 分组的均值-ES 模型的具体形式如下:

$$\begin{aligned} \min F_\beta(\mathbf{w}, \alpha) &= \alpha + \frac{1}{q(1 - \beta)} \sum_{k=1}^q [-\mathbf{w}^T \mathbf{r}_k - \alpha]^+ \\ \text{s. t. } &\begin{cases} \frac{1}{q} \sum_{k=1}^q \mathbf{w}^T \mathbf{r}_k \geq \mu_p \\ \sum_{i=1}^N w_i = 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

其中,  $\mathbf{r}_k (k = 1, 2, \dots, q)$  是基于藤 Copula 分组模型产生的收益率向量,  $\mathbf{w}$  是对应的最优权重向量,  $q$  为蒙特卡洛模拟产生的样本量,  $\mu_p$  是预期收益率。

#### (三) 返回检验方法

**1. VaR 的返回检验。**为检验模型预测 VaR 的准确性及比较不同模型对 VaR 的预测精度的影响,都需要对估计的 VaR 进行返回检验。Kupiec (1995)<sup>[17]</sup>提出了一种基于 VaR 失败率的似然比(LR)检验法——非条件覆盖检验(UC),它用于检验失败率是否与给定的显著性水平一致,或者检验实际失败次数与期望失败次数之间是否存在显著差异。非条件覆盖检验的原理是,首先,定义  $\beta$  置信水平下 VaR 对应的“碰撞序列”:

$$Hit_i = \begin{cases} 1, & \text{if } r_t < VaR_t \\ 0, & \text{if } r_t \geq VaR_t \end{cases} \quad (6)$$

$Hit_i$  表示如果在  $t$  时刻的实际收益率低于所估计的 VaR,那么该序列在  $t$  时刻取值为 1,否则为 0。如果用于计算  $\beta$  置信水平下 VaR 的风险度量模型足够准确的话,则该“碰撞序列”应该服从概率为  $1 - \beta$  的伯努利分布,则有如下零假设:

$$H_0: Hit_i \sim Bernoulli(1 - \beta) \quad (7)$$

或 VaR 预测“碰撞序列”发生概率  $\pi$  是否显著不同于  $1 - \beta$ ,即:

$$H_0: \pi = 1 - \beta \quad \text{vs} \quad H_1: \pi \neq 1 - \beta \quad (8)$$

在零假设下,似然函数  $L(\beta)$  为:

$$L(\beta) = \prod_{i=1}^T \beta^{1-Hit_i} (1 - \beta)^{Hit_i} = \beta^{T_0} (1 - \beta)^{T_1} \quad (9)$$

其中, $T$  是“碰撞序列”的总长度, $T_1$  是序列当中取值为 1 的发生个数总和, $T_0$  是序列当中取值为 0 的发生个数总和。那么  $\pi$  的估计值为  $\hat{\pi} = \frac{T_1}{T}$ 。若式(7) 或式(8) 中零假设正确,则非条件覆盖检验统计量

$LR_{UC}$  为:

$$LR_{UC} = -2 \ln \left\{ \beta^{T_0} (1 - \beta)^{T_1} / \left[ \left( 1 - \frac{T_1}{T} \right)^{T_0} \left( \frac{T_1}{T} \right)^{T_1} \right] \right\} \sim \chi^2(1) \quad (10)$$

在  $\beta$  置信水平下,如果  $LR_{UC}$  统计量的值超过  $\chi^2(1)$  分布的临界值,则拒绝原假设,认为 VaR 值是不准确的,反之,则接受原假设,认为 VaR 值是准确的,即意味着该模型可以准确度量风险价值 VaR。

**2. ES 的返回检验。**McNeil 和 Frey(2000)<sup>[18]</sup> 提出了一种自举法 (bootstrap) 对模型所预测 ES 的准确性进行检验。考虑如下形式的超出残差:  $y_t = x_t - ES_t$ , 其中  $x_t$  是超过 VaR 的日收益率。若估计 ES 所使用的模型足够准确,则超出残差  $y_t$  的均值为 0,即  $\mu_y = 0$ ,因此有如下零假设:  $H_0: \mu_y = 0$ 。检验的具体步骤为:(1) 设该超出残差序列共包含  $I$  个样本点,则由式  $l_t = y_t - \bar{y}$  产生一个新序列  $l_t (t = 1, \dots, I)$ ,即一个由超出残差中每一个样本值  $y_t$  与其均值  $\bar{y}$  的离差所构成的新序列,并称其为初始样本;(2) 由初始样本计算检验统计量  $t(l) = \frac{\bar{l}}{std(l)}$ ,其中  $\bar{l}$  和  $std(l)$  分别是初始样本的均值和标准差;(3) 产生  $I$  个服从  $[0, I]$  上均匀分布的随机数,并找出  $l_t$  中随机数指定位置对应的样本点,从而构成一个新的样本;(4) 重复上述步骤  $K$  次,则可以产生  $K$  个来自初始样本的新 bootstrap 样本;(5) 运用  $t(l) = \frac{\bar{l}}{std(l)}$  求得每一个 bootstrap 样本检验统计量  $t(l)$ ,记为  $\{t_1(l), t_2(l), \dots, t_K(l)\}$ ,并将初始样本计算的  $t(l)$  记为  $t_0(l)$ ,从而得到检验统计量  $t(l)$  的经验分布;(6) 由于  $y_t$  经常呈现明显的右偏分布,所以检验的备择假设应为  $\mu_y > 0$ ,因此计算出  $\{t_1(l), t_2(l), \dots, t_K(l)\}$  中大于  $t_0(l)$  的个数所占比例即为用于检验的  $P$  值。

## 四、实证研究

在本节中,我们首先讨论要使用的数据及对数据进行预处理、估计各金融上市公司股票收益率的边际分布和采用藤 Copula 分组模型分析各行业组内股票收益率与组间股票资产收益率的相依结构,进而研究投资组合的风险优化问题。

### (一) 数据预处理

为研究中国股票市场上银行业、证券业和保险业之间的相依关系及其风险优化问题,本文选用 32 家金融分行业上市公司作为研究对象,<sup>①</sup>并利用日收盘价来反映股票市场的波动,样本区间从 2012 年 10 月

<sup>①</sup>样本金融上市公司的分类及名称见表 1。

19日至2017年6月2日。根据  $r_{i,t} = \ln P_{i,t} - \ln P_{i,t-1}$  得到各金融上市公司股票的日对数收益率,其中  $P_{i,t}$  表示第  $i$  支股票的日收盘价,各股票收益率序列共有 1121 个观察值。本文将全样本 ( $t = 1, 2, \dots, N, N = 1121$ ) 划分为“估计样本”和“预测样本”两部分,并选取前 1000 个交易日数据作为估计样本,总样本的最后 121 个交易日数据作为预测样本。数据来源于同花顺数据库,并借助 R 语言实现数据建模与分析。

## (二) 边际分布的估计

考虑到股票收益率序列存在的自回归、非对称、尖峰厚尾和波动聚集等特征,本文使用 AR-GARCH 过程来估计边际分布,并假设残差的备选分布有 t 分布(std)、有偏 t 分布(sstd)、广义误差分布(ged)或有偏广义误差分布(sged),这样针对不同股票收益率的分布特征采用适当的残差分布来拟合,从而更加准确地刻画股票收益率的边际分布。由于各股票收益率序列的均值几乎为 0,所以该模型的具体形式为:

$$r_t = c_1 r_{t-1} + \varepsilon_t \quad (11)$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t Z_t \quad (12)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (13)$$

其中,式(11)中  $r_t$  和  $r_{t-1}$  分别表示样本股在第  $t$  天和第  $t-1$  天的收益率,式(13)中  $\sigma_t^2$  是  $\varepsilon_t$  的条件方差,式(12)中的残差  $Z_t$  的分布服从参数为  $\nu$  的 std、参数为  $\nu$  和  $\lambda$  的 sstd、参数为  $\nu$  的 ged 或参数为  $\nu$  和  $\lambda$  的 sged(以适用为准)。

根据各样本股日对数收益率尖峰厚尾、波动聚集但偏度各不相同特征,本文假设残差  $Z_t$  服从 std、sstd、ged 或 sged,并通过 KS 检验从备选分布中选出每个样本股收益率模型残差的最优分布,结果如表 1 所示。

表1 金融上市公司股票在 AR(1)-GARCH(1,1)模型中残差服从的分布情况

	std	sstd	ged	sged
银行业	华夏银行、建设银行、光大银行	平安银行、宁波银行、招商银行、兴业银行、交通银行、工商银行、中国银行	—	浦发银行、民生银行、南京银行、北京银行、中信银行
证券业	—	国海证券、山西证券	海通证券	东北证券、国元证券、广发证券、长江证券、中信证券、国金证券、西南证券、招商证券、太平洋、兴业证券、光大证券
保险业	—	中国人寿	中国太保	中国平安

各样本股按照其所属行业分组后得到银行业、证券业和保险业,这三个行业股票资产的日对数收益率也呈现出尖峰厚尾等特征,通过检验得到其残差所服从的分布如表2所示。

表2 金融分行业股票在 AR(1)-GARCH(1,1)模型中残差服从的分布情况

行业	银行业	证券业	保险业
分布	ged	ged	ged

由表1和表2可以看出,各样本股以及各分行业股票资产的日对数收益率大都具有尖峰厚尾和波动聚集等特征,但是各自在偏度的呈现上仍存在细微差别,所以对其残差分布的设定不应局限于一种分布。因此本文选取了 std、sstd、ged 和 sged 四种不同的分布作为备选分布,为各样本股以及各分行业选出能够刻画其股票收益率分布特征的最优分布。

## (三) 藤 Copula 分组模型的估计

本文在估计各样本股组内收益率和组间收益率的相依结构时,选用了 Gaussian Copula, t Copula, Clayton Copula, Gumbel Copula, Frank Copula 和 Joe Copula 等 6 种 Copula 函数作为备选函数,并采用 DiBmann 等(2013)<sup>[19]</sup>提出的方法构建和估计藤 Copula 结构。同时,利用 AIC 准则选择藤

表3 金融分行业股票间的 R 藤结构和 Copula 函数

藤结构矩阵			Copula 函数矩阵	
银行业				
证券业	证券业		t(0.2953, 7.1981)	
保险业	保险业	保险业	t(0.6700, 7.9987)	t(0.6463, 4.5518)

注:括号中的数值分别为 t Copula 的相依参数和自由度。

Copula 结构中两个节点之间的 Copula 函数,从而找出刻画相依关系的最优藤 Copula 结构。本文仅展示各样本股所属三个行业股票间的相依结构,如表3所示。

由表3可以看出,在银行业、证券业和保险业中,保险业股票是三者相依关系中的关键节点,且它们之间存在尾部相依关系,具体表现为:描述保险业股票和其他两个行业股票间相依关系的 Copula 函数是既存在上尾相依关系又存在下尾相依关系的 t Copula,以保险业股票为条件来描述银行业股票和证券业股票之间相依关系的仍是既存在上尾相依关系又存在下尾相依关系的 t Copula 函数,但是这三个 t Copula 函数中各自参数的估计值存在明显差异。

#### (四) 风险最优化

根据前文所得的各金融上市公司股票间的相依结构,再结合蒙特卡洛模拟产生容量为1000的随机向量,然后利用式(5)计算得到基于藤 Copula 分组模型的风险最优的权重组合及其所对应的 VaR 和 ES,如表4所示。

表4 股票市场风险最优的权重组合

置信水平	最优权重			VaR	ES
95%	银行业	证券业	保险业	-0.0103	-0.0151
	0.5543	0.4457	0.0000		

表4显示了95%置信水平下金融分行业股票的最优权重组合及 VaR 和 ES 值。首先,银行业股票在最优投资组合中的权重最大,即银行业股票对最优投资组合收益率的贡献最大,证券业股票次之,其原因在于银行业在我国金融系统中长期占据主导地位,整体发展平稳,股票价格的波动性相对较小,因此在保证较低收益率的前提下,银行业股票的投资分配比例最高则会使投资组合承担的风险最小;其次,保险业股票的权重为0,可能的原因是我国保险业相比于银行业尚处于发展的初级阶段,所占市场份额较小,且模型的假设未考虑交易费用和卖空限制等市场摩擦因素的影响,而本文在优化过程中主要考虑在达到既定收益的前提下,尽可能使风险降到最低;最后,在给定置信水平和最低预期收益率时,最优权重组合对应的 ES 值小于 VaR 值,但差异不大,然而市场收益还与投资规模密切相关,较大的投资规模仍然会带来风险度量指标间的显著差异,这表明 VaR 这一非一致性风险度量指标会低估风险,而 ES 在充分考虑尾部极端风险的基础上则可以更加准确地度量股票市场风险。

为研究股票收益率的相依结构对风险最优化的影响,首先,分别以藤 Copula 分组模型和未分组的藤 Copula 模型对全样本数据进行建模,通过设定不同的最低预期收益率得到两个模型产生的有效边界;其次,分别采用藤 Copula 分组模型和未分组的藤 Copula 模型预测样本外收益率,并通过优化风险得到最小 ES。本文通过分析不同模型下最优组合策略的预测收益率以及最小 VaR 和最小 ES 的返回检验结果来评估模型优化风险的效果。

1. 有效前沿。图3展示了藤 Copula 分组模型和未分组的藤 Copula 模型在95%置信水平下的 ES 有效前沿。

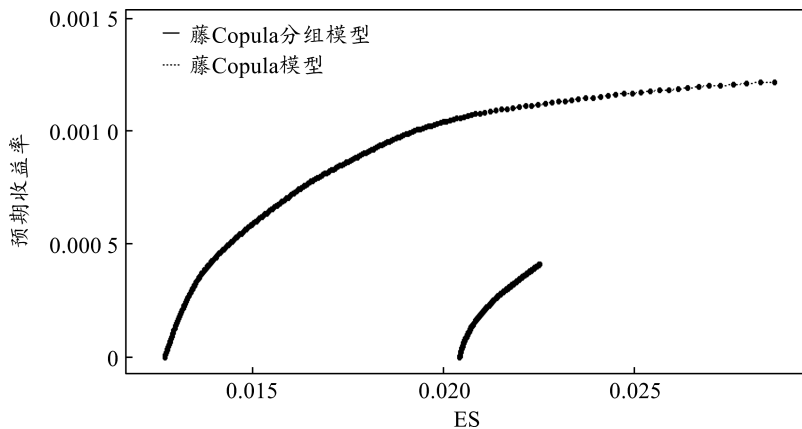


图3 基于不同模型的均值-ES 有效前沿

由图3可以看出,基于藤 Copula 分组模型和藤 Copula 模型产生的有效前沿存在明显差异。与未分组的藤 Copula 模型相比,藤 Copula 分组模型通过准确描述金融分行业股票资产间的相依结构,从而避免在给

定预期收益的条件下低估风险或者在风险一定的条件下高估收益,且在相同预期收益率区间内对应的最优风险波动范围更小。采用未分组的藤 Copula 模型刻画金融分行业股票资产间的相依结构会低估风险。在充分考虑金融上市公司所属行业类型不同的基础上,藤 Copula 分组模型可以准确刻画股票收益率间的相依结构并合理调整有效前沿,说明股票收益率间的相依结构会影响股票市场的风险优化,这与 Boubaker 等(2013)<sup>[7]375</sup>、Deng 等(2011)<sup>[8]180</sup>和 Low 等(2013)<sup>[15]3091</sup>的研究结论一致。

## 2. 样本外最优组合策略

的表现。为了比较不同模型优化股票市场风险的效果,本文分别采用藤 Copula 分组模型和传统未

表5 最优组合预测收益率序列的描述性统计量

	均值	方差	偏度	峰度	最大值	最小值
藤 Copula 分组模型	0.000314	0.000329	-0.761951	2.167317	0.000994	-0.001158
藤 Copula 模型	0.000281	0.000384	-0.567352	2.407318	0.001333	-0.001384

分组的藤 Copula 模型并结合滚动估计的方法来计算股票市场样本外的最小 ES。为能准确预测股票市场风险的最小 ES,本文设定估计样本长度1000天来滚动估计股票市场的藤结构。本文不考虑交易费用等因素,每预测下一日的收益率,需重新调整预期收益率,进而调整各股票的最优权重。表5为95%置信水平最优组合策略所对应预测收益率序列的描述性统计量。

表5中藤 Copula 分组模型对应的均值较未分组的藤 Copula 模型对应的均值大且为正值,表明考虑了金融上市公司所属行业不同因素的藤 Copula 分组模型可以产生更高的收益率均值。藤 Copula 分组模型产生的收益率标准差较小,说明该模型不仅可以产生较高的预测收益率序列,且序列的稳定性较强,这与图3中有效前沿的表现一致。同样,藤 Copula 分组模型产生较低的峰度水平,说明产生极端预期收益的概率较小且波动较小,低水平的峰度与其对应较小的最大收益率和较大的最小值保持一致。那么,采用藤 Copula 分组模型可以获得理想的投资收益率,进而说明该模型在股票市场的风险预测及优化中更具可行性和合理性。

为进一步验证藤 Copula 分组模型在优化股票市场风险中的优越性,表6展示了采用藤 Copula 分组模型和藤 Copula 模型估计得到的最小 VaR 和最小 ES 返回检验的 P 值。

表6 基于不同模型的最小 VaR 和最小 ES 的返回检验

返回检验	VaR			ES		
	90%	95%	99%	90%	95%	99%
藤 Copula 分组模型	0.7374	0.9833	0.8432	0.1731	0.6896	0.9371
藤 Copula 模型	0.7873	0.2496	0.0095	0.3175	0.5491	—

注:藤 Copula 模型在99%置信水平下未能通过 VaR 返回检验,因此在对应置信水平下不进行 ES 的返回检验。

对 VaR 的返回检验中,采用藤 Copula 分组模型均通过了不同置信水平下的检验,而且随着置信水平

的提高,该模型对应的检验 P 值在增大,相反,采用藤 Copula 模型对应的检验 P 值随着置信水平的增大而减小,并在99%置信水平下未能通过检验,因此在不同置信水平下,藤 Copula 分组模型对应的检验 P 值大于藤 Copula 模型对应的检验 P 值,并且两种模型对应的检验 P 值差异程度随着置信水平的增大而增大,这表明藤 Copula 分组模型能够提高对最小 VaR 的预测精度。类似地,对 ES 的返回检验中,在不同置信水平下藤 Copula 分组模型均通过了返回检验,并且在两种模型同时通过检验的情况下,采用藤 Copula 模型对应的检验 P 值远大于采用藤 Copula 模型对应的检验 P 值,即更倾向于接受原假设,这进一步说明在将 ES 作为一致性风险度量指标的风险优化中,藤 Copula 分组模型较藤 Copula 模型更有效。

## 五、结论与展望

本文在 Zhou 等(2016)<sup>[14]116</sup>研究基础上,将二元 Copula 分组模型扩展到藤 Copula 分组模型,构建了基于藤 Copula 分组的均值-ES 模型,有效解决了金融上市公司属于多种行业类型的问题,并实证研究了金融分行业股票资产间的相依结构对优化股票市场风险的影响,得出以下结论:

第一,本文应用藤 Copula 分组模型刻画了来自金融分行业股票资产的相依关系,并结合均值-ES 模型获得样本内有效前沿,通过对比分析发现,基于藤 Copula 分组模型在样本内获得的有效前沿较藤 Copula 模型的更加准确。



第二,为更严谨的探讨不同模型对样本外最优组合策略表现的影响,分别对比了最优组合预测收益率序列的描述性统计量及其最小 VaR 和 ES 的返回检验,结果表明考虑了金融上市公司所属行业不同因素的藤 Copula 分组模型可以产生更高的收益率,并且藤 Copula 分组模型对应的检验 P 值更大,即更倾向于接受原假设,进一步验证了藤 Copula 分组模型在优化股票市场风险中的优越性。

因此,在研究股票市场风险度量及优化时,首先应采用恰当的模型准确刻画股票间的相依关系,然后通过检验其最小风险预测的准确性来进一步验证模型在风险优化中的有效性。由于 Zhou 等(2016)<sup>[14]</sup><sup>116</sup>的研究仅考虑了两种行业的金融上市公司,而金融系统中包含有经营存在较大差异的多种行业,本文在充分考虑了金融上市公司所属行业有多种的基础上运用了藤 Copula 分组模型,并通过返回检验说明基于藤 Copula 分组的均值-ES 模型能够有效地优化股票市场风险,这为金融资产的优化配置和金融市场风险的预测与防范提供了一定的理论参考。在未来的研究中,将在充分考虑交易费用和卖空限制等市场摩擦的基础上优化金融市场风险,以期得到更为深入细致的研究结论。

### 参考文献:

- [1] MARKOWITZ H. Portfolio selection[J]. Journal of Finance,1952,7(1):77-91.
- [2] SKLAR A. Fonctions de repartition a n dimensions et leurs marges[J]. Publications de l'Institut de Statistique de l'Universite de Paris,1959,8(1):229-231.
- [3] BEDFORD T, COOKE R M. Probability density decomposition for conditionally dependent random variables modeled by vines[J]. Annals of Mathematics & Artificial Intelligence,2001,32(1/4):245-268.
- [4] BAUMOL W J. An expected gain-confidence limit criterion for portfolio selection[J]. Management Science,1963,10(1):174-182.
- [5] ARTZNER P, DELBAEN F, EBER J M, et al. Coherent measures of risk[J]. Mathematical Finance,1999,9(3):203-228.
- [6] ROCKAFELLAR R T, URYASEV S. Conditional value-at-risk for general loss distributions[J]. Journal of Banking & Finance, 2002,26(7):1443-1471.
- [7] BOUBAKER H, SCHAIER N. Portfolio optimization in the presence of dependent financial returns with long memory: a copula based approach[J]. Journal of Banking & Finance,2013,37(2):361-377.
- [8] DENG L, MA C Q, YANG W Y. Portfolio optimization via pair Copula-GARCH-EVT-CVaR model[J]. Systems Engineering Procedia,2011(2):171-181.
- [9] 冯玲,欧华宇. 存在相关性风险的资产组合策略[J]. 系统工程理论与实践,2012(3):630-639.
- [10] HERNANDEZ J A. Are oil and gas stocks from the Australian market riskier than coal and uranium stocks? Dependence risk analysis and portfolio optimization[J]. Energy Economics,2014(45):528-536.
- [11] BEKIROS S, HERNANDEZ J A, HAMMOUDEH S, et al. Multivariate dependence risk and portfolio optimization: an application to mining stock portfolios[J]. Resources Policy,2015,46(2):1-11.
- [12] KARMAKAR M. Dependence structure and portfolio risk in Indian foreign exchange market: A GARCH-EVT-Copula approach[J]. Quarterly Review of Economics & Finance,2017(64):275-291.
- [13] 潘志远,孙显超. Copula 方法中的边缘分布设定需要计量检验吗? ——基于 CVaR 框架的资产组合视角[J]. 系统科学与数学,2017(2):537-552.
- [14] ZHOU Q, CHEN Z L, MING R X. Copula-based grouped risk aggregation under mixed operation[J]. Applications of Mathematics,2016,61(1):103-120.
- [15] LOW R K Y, ALCOCK J, FAFF R, et al. Canonical vine copulas in the context of modern portfolio management: are they worth it?[J]. Journal of Banking & Finance,2013,37(8):3085-3099.
- [16] 刘祥东,吴宇轩,段泉杉. 基于混合 Copula 函数的行业指数投资组合风险度量[J]. 金融理论与实践,2017(5):52-58.
- [17] KUPIEC P H. Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models[J]. Social Science Electronic Publishing,1995,3(2):73-84.
- [18] MCNEILA J, FREY R. Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach[J]. Journal of Empirical Finance,2000,7(3):271-300.
- [19] DIBMANN J, BRECHMANN E C, CZADO C, et al. Selecting and estimating regular vine copulae and application to financial returns[J]. Computational Statistics & Data Analysis,2013,59(1):52-69.

